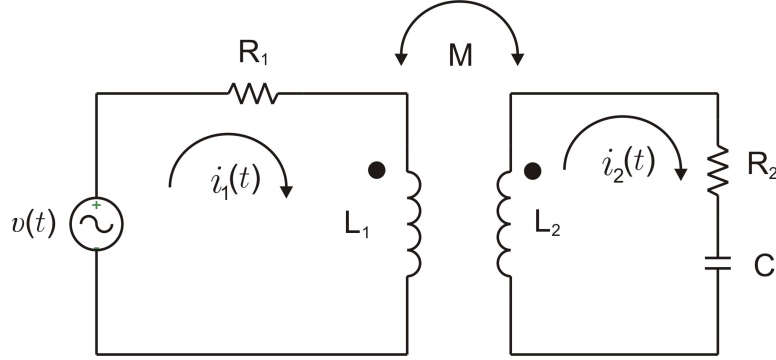


Problema

En el circuito de la figura, calcular las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$.

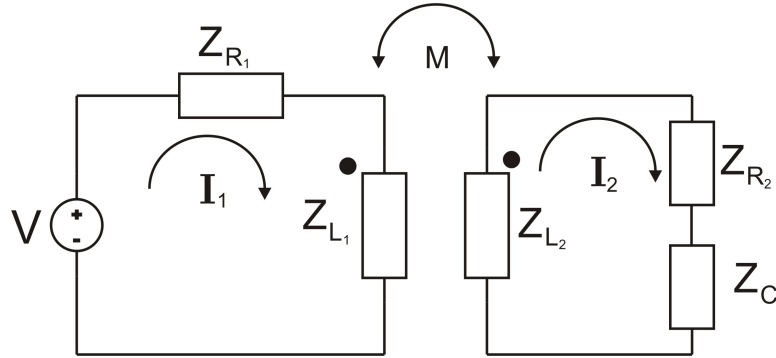


Datos: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $L_1 = 20\text{mHy}$, $L_2 = 180\text{mHy}$, $M = 20\text{mHy}$, $C = 2000\mu\text{F}$, $v(t) = 6 \cos(50t)$.

Calculamos las impedancias asociadas a cada elemento pasivo del circuito:

$$\begin{aligned} Z_{R_1} &= R_1 = 1\Omega \\ Z_{R_2} &= R_2 = 1\Omega \\ Z_{L_1} &= j\omega L_1 = j50 \cdot 20 \cdot 10^{-3}\Omega = j1\Omega \\ Z_{L_2} &= j\omega L_2 = j50 \cdot 180 \cdot 10^{-3}\Omega = j9\Omega \\ Z_M &= j\omega M = j50 \cdot 20 \cdot 10^{-3}\Omega = j1\Omega \\ Z_C &= -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{50 \cdot 2000 \cdot 10^{-6}}\Omega = -j10\Omega \end{aligned}$$

de modo que resulta el siguiente circuito de fasores e impedancias:



Para resolver el circuito, aplicamos la ley de Kirchhoff de las tensiones.

En la malla de la izquierda

$$6 - \mathbf{I}_1 \cdot 1 - \mathbf{I}_1 \cdot j1 + \mathbf{I}_2 \cdot j1 = 0$$

o bien

$$\mathbf{I}_1(1 + j) - \mathbf{I}_2 \cdot j = 6 \quad (1)$$

En la malla de la derecha,

$$-\mathbf{I}_2 \cdot j9 - \mathbf{I}_2 \cdot 1 + \mathbf{I}_2 \cdot j10 + \mathbf{I}_1 \cdot j = 0$$

o bien

$$\mathbf{I}_1 \cdot j + \mathbf{I}_2(-1 + j) = 0 \quad (2)$$

De (2) se puede despejar

$$\mathbf{I}_1 = \left(\frac{1-j}{j} \right) \mathbf{I}_2 = -(1+j)\mathbf{I}_2 \quad (3)$$

y reemplazando (3) en (1) queda

$$-(1+j)^2 \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_2 \cdot j = 6 \Leftrightarrow -\mathbf{I}_2 [(1+j)^2 + j] = 6 \Leftrightarrow -\mathbf{I}_2(3j) = 6$$

de donde resulta

$$\mathbf{I}_2 = 2j$$

Reemplazando este último resultado en (3) se obtiene

$$\mathbf{I}_1 = -(1+j)2j = 2 - 2j$$

Para obtener las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$, primero escribimos los fasores de corriente en forma polar

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= 2 - 2j = \sqrt{8}e^{j \tan^{-1}(-1)} = \sqrt{8}e^{-j \frac{\pi}{4}} \\ \mathbf{I}_2 &= 2j = 2e^{j \frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

y luego obtenemos

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \operatorname{Re} \{ \mathbf{I}_1 e^{j50t} \} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{8} e^{j(50t - \frac{\pi}{4})} \right\} = \sqrt{8} \cos \left(50t - \frac{\pi}{4} \right) \\ i_2(t) &= \operatorname{Re} \{ \mathbf{I}_2 e^{j50t} \} = \operatorname{Re} \left\{ 2 e^{j(50t + \frac{\pi}{2})} \right\} = 2 \cos \left(50t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$